

# Teorie di campo topologiche e ricerca di soluzioni esatte

Emanuele Viviani

Dottorato in Fisica e Astronomia XXXIV ciclo

Lo studio presentato nel mio lavoro di tesi, intitolato "BRST per gli zero modi nella teoria di Yang-Mills", ha come scopo fornire alcuni ingredienti utili per studiare la localizzare di una teoria topologica introdotta da E. Witten nel 1992 con il nome di *Yang-Mills Topologico* [J. Geom. Phys. 9 (1992) 303-368].

Il primo passo è stato quello di formulare questa teoria in una particolare gauge, detta *gauge diagonale*. Questo scelta di gauge fu introdotta sulla teoria di Yang-Mills in due dimensioni da M. Blau e G. Thompson nel 1993 [hep-th/9310144]. Nella formulazione del prim'ordine, la teoria di Yang-Mills in due dimensione è descritta dal campo di gauge e da un campo scalare. Fissare la gauge diagonale significa imporre che il campo scalare sia diagonale. Come conseguenza di questa scelta di gauge, il gruppo di struttura della teoria si riduce al sottogruppo torico massimale. In particolare il fibrato principale torico ottenuto come riduzione da quello di partenza risulta, in generale, non banale.

Il successivo ingrediente che abbiamo discusso prende spunto dal lavoro di V. Pestun del 2012 [Commun. Math. Phys. 313 (2012) 71-129]. Data una teoria di Yang-Mills supersimmetrica su  $S^4$ , Pestun aggiunge al complesso di supersimmetria e di BRST dell'invarianza di gauge un nuovo operatore dispari. Infatti nell'azione gauge fissata della teoria di Yang-Mills supersimmetrica nel gauge di Lorenz è presente un'ulteriore simmetria, detta degli *zero modi*, ottenuta traslando di una costante i ghost a gli antighost. Questa simmetria viene introdotta in maniera peculiare per questa teoria gauge fissata e la promozione di questa simmetria ad un complesso di BRST è determinata *ad hoc*. Infatti il risultante operatore di BRST non è definito a quadrato zero. Pestun inoltre mostra come questo multipletto tipo-BRST non modifichi la fisica descritta dalla teoria e, d'altra parte, utilizza l'operatore tipo-BRST, in aggiunta a quello di simmetria e di BRST di gauge, per localizzare la teoria, riducendo l'integrazione funzionale ad un integrale finito dimensionale sul grado di libertà degli zero modi.

Il principale contributo originale presente nel mio elaborato di tesi consiste nell'aver riformulato l'invarianza degli zero modi introdotta da Pestun nel linguaggio standard del BRST. Il complesso ottenuto è ovviamente differente rispetto a quello definito da Pestun, già nel numero di campi costanti introdotti, 9 nel BRST e 5 nel caso di Pestun. Pertanto abbiamo trovato una relazione fra le due formulazioni.

I possibili sviluppi del lavoro di tesi guardano sostanzialmente in due direzioni. Da una parte progettiamo di studiare le proprietà di localizzazione della teoria di Yang-Mills Topologico utilizzando gli strumenti messi in campo da questo lavoro di tesi e completandoli con l'estensione equivariante rispetto ad un'azione  $U(1)$  sulla superficie, ingrediente che si è rivelato essenziale per esempio in [Nekrasov, N.A. Lett. Math. Phys. (2009) 88:207]. D'altra parte, le osservazioni circa la riduzione del complesso di BRST introdotto per gli zero modi al complesso di Pestun utilizzando le proprietà dei fibrati vettoriali, suggeriscono che questa pratica possa esser analizzata più in generale. Primo passo in questa direzione è realizzare l'identificazione dei due operatori, BRST e tipo-BRST, anche nell'integrazione funzionale. Un'ipotesi che vorremmo sondare è quella di realizzare la riduzione dell'integrale funzionale allo spazio di base del fibrato vettoriale ricorrendo alla *classe universale di Thom*. Infatti sui fibrati vettoriali è definibile l'*isomorfismo di Thom* che lega la co-omologia del fibrato con quella dello spazio di base tramite l'integrazione dei gradi di libertà della fibra.